

# Vecteur vitesse d'un point mobile

J.Clément- Lycée Louis Armand Eaubonne- <http://labotp.org>

**Commentaire [J.C.1] :** pages 1 et 2 réunies sur une seule A4  
page 3 sur une A4  
les 2 tableaux réunis sur une A4 coupée en 2 ensuite

## I. Étude d'un mouvement parabolique:

Le système choisi est une boule, on étudie son mouvement avec pour référentiel un mur auquel est associé un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . L'étude est réalisée à partir d'un court extrait vidéo.

Le film permet d'avoir un repère de dates, en effet on sait que le caméscope enregistre précisément 25 images par seconde.

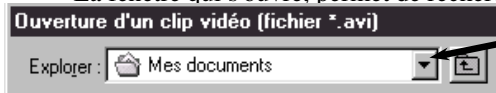
1) Calculer la durée  $\Delta t$  écoulée entre deux images consécutives.

### ❖ Utilisation du logiciel AVIMéca

Ouvrir le logiciel Aviméca,

Dans la barre de menu, Fichier > Ouvrir un clip vidéo.

La fenêtre qui s'ouvre, permet de rechercher le fichier contenant la vidéo à étudier:



Cliquer sur le triangle noir pour aller vers l'emplacement du fichier: C:\ISMouvement parabolique.avi.

### ❖ Définir l'échelle de la vidéo

On sait que la règle jaune mesure 1,02 m

Cliquer sur l'icône loupe  située en haut à gauche.

Dans l'onglet Étalonnage (à droite), cliquer sur Echelles identiques.

Remplacer la valeur sur fond vert par 1,02.

Cocher 1<sup>er</sup> point, puis cliquer sur une extrémité de la règle.

Cocher 2<sup>ème</sup> point, puis cliquer sur l'autre extrémité de la règle.

### ❖ Définir le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ associé au référentiel mur:

Dans l'onglet Etalonnage, cocher Axes, Origine et sens.

Placer le repère au centre de la boule dans sa position initiale.

### ❖ Recueillir les coordonnées du centre d'inertie de la boule au cours du mouvement:

Cliquer sur l'onglet Mesures.

Cliquer sur le centre d'inertie de la boule, le film passe alors automatiquement à l'image suivante.

Renouveler jusqu'à la fin du film.

### ❖ Sauvegarder les coordonnées et les récupérer dans Regressi:

Dans la barre de menu: Fichier > Regressi > Exécuter Regressi

On récupère alors les données dans Regressi.

Dans Regressi, Fichier > Enregistrer sous, nommer le fichier et le sauvegarder (noter son emplacement)

Dans la fenêtre Grandeurs, cliquer sur l'onglet Variables. Le tableau avec les coordonnées du centre d'inertie de la boule au cours du temps apparaît.

Si ces coordonnées semblent correctes, fermer Aviméca.

### ❖ Traitement manuel des coordonnées:

Les coordonnées recueillies ont une précision très exagérée.

On considère que Aviméca permet de faire des mesures au centimètre près.

Recopier les coordonnées dans le tableau fourni, en effectuant les arrondis nécessaires.

Pour les dates, la précision est plus importante (grâce au caméscope numérique), on pourra conserver jusqu'à trois chiffres significatifs.

## ❖ Tracé de la trajectoire du centre d'inertie:

2) Sur une feuille de papier millimétré convenablement orientée, placer les points obtenus.

**Chaque élève effectue ce travail individuellement.**

Échelle imposée: 1cm représente 10 cm réels.

3) Relier les points à main levée afin de dessiner la trajectoire de la boule.

## ❖ Tracé de vecteurs vitesse

Consulter l'encadré ci-dessous pour répondre aux questions.

4) Calculer les coordonnées horizontales  $v_x(t)$  du vecteur vitesse instantanée à chaque instant pour  $t_0 < t < t_{14}$ .

5) Peut-on dire que le centre d'inertie de la boule possède un mouvement **horizontal** uniforme?

6) Calculer les coordonnées verticales  $v_y(t)$  du vecteur vitesse instantanée à chaque instant pour  $t_0 < t < t_{14}$ .  
À quelle phase du mouvement de la balle correspondent les valeurs  $v_y(t)$  positives? même question pour  $v_y(t) < 0$  ?

7) Calculer la valeur  $v(t)$  du vecteur vitesse instantanée à chaque instant pour  $t_0 < t < t_{14}$ .

Indiquer l'expression littérale.

Commenter l'évolution de  $v(t)$  entre  $t_1$  et  $t_{14}$ .

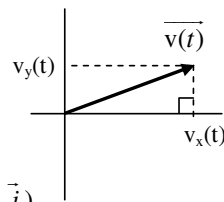
Prévoir l'évolution de la valeur de  $v(t)$  pour  $t > t_{14}$ . (pas de calculs)

8) Sur la trajectoire, représenter les vecteurs vitesses instantanées  $\vec{v}(t_i)$  aux instants :  $t_1$  ;  $t_5$  ;  $t_7$  ;  $t_9$ .

Échelle imposée: 1cm représente  $1,0 \text{ m.s}^{-1}$

### Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$

- point d'application: position du mobile à l'instant  $t$
- direction: tangente à la trajectoire à l'instant  $t$
- sens: celui du mouvement
- valeur:



$x(t)$  et  $y(t)$  sont les coordonnées de la position du mobile dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

$v_x(t)$  et  $v_y(t)$  sont les coordonnées du vecteur vitesse dans le repère, on a  $\vec{v}(t) = v_x(t) \cdot \vec{i} + v_y(t) \cdot \vec{j}$

La coordonnée **horizontale** du vecteur vitesse est: 
$$v_x(t_i) = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

exemple: à l'instant  $t_4$  
$$v_x(t_4) = \frac{x_{4+1} - x_{4-1}}{t_{4+1} - t_{4-1}} = \frac{x_5 - x_3}{t_5 - t_3}$$

De même la coordonnée **verticale** du vecteur vitesse est:

$$v_y(t_i) = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

La norme du vecteur  $\vec{v}(t)$  est notée  $\|\vec{v}(t)\|$  par les mathématiciens, les physiciens la notent simplement  $v(t)$ .  
À l'aide du triangle rectangle de la figure ci-dessus, le théorème de Pythagore permet de calculer cette valeur  $v(t)$  à partir des coordonnées  $v_x(t)$  et  $v_y(t)$ .

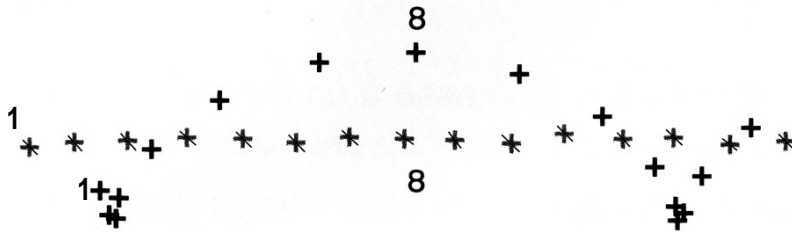
## II. Étude du mouvement d'un vélo :

Le document ci-dessous a été obtenu par des élèves de seconde par traitement d'un enregistrement vidéo à l'aide d'un logiciel adapté.

Une bicyclette, se déplaçant sur une route horizontale, a été filmée et ils ont repéré les positions du centre C de la roue et d'un point P de la valve.

**Le référentiel d'étude est le sol.**

- 1) Identifier sur le document la trajectoire de chacun des points. Marquer les points  $P_1, C_1, P_2, C_2$  etc. Tracer les trajectoires de C et P de deux couleurs différentes.
- 2) Comment nomme-t-on la trajectoire du point P?
- 3) Quel adjectif qualifie la trajectoire du point C (environ)? Pourquoi? Comment nomme-t-on le point C si l'on considère le système "roue"?
- 4) Sachant que la durée séparant les positions successives est  $\Delta t = 40\text{ms}$ , montrer que la vitesse de la bicyclette est quasiment constante. (pas de calculs demandés)
- 5) Sachant que la distance CP vaut  $0,63\text{ m}$  en réalité, déterminer l'échelle du document.
- 6) Représenter le vecteur vitesse  $\vec{v}_C(t_8)$  de C en  $C_8$ . **Échelle des vecteurs vitesses :  $1\text{cm pour } 2,0\text{ m.s}^{-1}$ .**
- 7) Représenter les vecteurs vitesses de P en  $P_8$  et en  $P_{10}$ . On considèrera (un peu abusivement) que l'on peut confondre les arcs  $\widehat{P_{i-1}P_{i+1}}$  et les distances  $P_{i-1}P_{i+1}$ .
- 8) Faire un inventaire des causes d'erreurs dans cette étude.



### Calcul de la vitesse instantanée à une date $t_i$

Lorsque les coordonnées successives du mobile ne sont pas connues, mais que l'on dispose de sa trajectoire on utilise la méthode suivante.

On détermine l'échelle de la trajectoire ( $1\text{cm schéma} \rightarrow d\text{ cm réels}$ ).

À l'instant  $t_i$ , le mobile est situé au point  $M_i$ . (ex: instant  $t_4$  le mobile est au point  $M_4$ )

À l'instant  $(t_{i-1})$  précédant  $t_i$ , le mobile est situé au point  $M_{i-1}$  (ex: instant  $t_3$ , mobile au point  $M_3$ )

À l'instant  $t_{i+1}$  suivant  $t_i$ , le mobile est situé au point  $M_{i+1}$  (ex: instant  $t_5$ , mobile au point  $M_5$ )

La valeur de la vitesse vaut  $v(t) = \frac{d}{\Delta t} = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$  (ex:  $v(t_4) = \frac{M_3M_5}{t_5 - t_3}$ )

On mesure, à la règle, la distance parcourue par le mobile entre les instants  $t_{i-1}$  et  $t_{i+1}$ .

En tenant compte de l'échelle, on calcule  $v(t)$ .

On représente le vecteur vitesse comme précédemment.

**I. Étude d'un mouvement parabolique:**

$t$ (en s)	$x(t)$ (en m)	$v_x(t)$ (en $m.s^{-1}$ )	$y(t)$ (en m)	$v_y(t)$ (en $m.s^{-1}$ )	$v(t)$ (en $m.s^{-1}$ )
$t_0 = 0,00$					
$t_1$					
$t_2$					
$t_3$					
$t_4$					
$t_5$					
$t_6$					
$t_7$					
$t_8$					
$t_9$					
$t_{10}$					
$t_{11}$					
$t_{12}$					
$t_{13}$					
$t_{14}$					

**I. Étude d'un mouvement parabolique:**

$t$ (en s)	$x(t)$ (en m)	$v_x(t)$ (en $m.s^{-1}$ )	$y(t)$ (en m)	$v_y(t)$ (en $m.s^{-1}$ )	$v(t)$ (en $m.s^{-1}$ )
$t_0 = 0,00$					
$t_1$					
$t_2$					
$t_3$					
$t_4$					
$t_5$					
$t_6$					
$t_7$					
$t_8$					
$t_9$					
$t_{10}$					
$t_{11}$					
$t_{12}$					
$t_{13}$					
$t_{14}$					